

Matematika Cyklus I *Pochopenie grafov a závislostí*

Téma 4*	Premenlivé tempo zmien *) Téma je určená pre talentovanejších žiakov základných škôl alebo na realizáciu počas vyučovania rozvíjania talentu
Trvanie	3 vyučovacie hodiny (135 minút)
Trieda/Vek	Séria je určená pre žiakov v záverečných ročníkoch základnej školy, ktorí nepoznajú pojem funkcií, a v tejto sérii (7. – 8. ročník) tento pojem nepredstavujeme.
Cieľ	<i>Cieľom tohto modulu je rozvíjať intuitívne pochopenie typov vzťahov a ich grafov.</i> 1) Tvorba a interpretácia grafov v kontexte pohybovej analýzy na úrovni intuície a propedeutiky spojitých funkcií 2) Rozvíjanie porozumenia grafom 3) Rozvíjanie intuitívneho pochopenia jasných vzťahov medzi premennými 4) Rozvíjanie kovariantného uvažovania
Popis	Študenti vytvárajú a skúmajú grafy popisujúce zmeny vzdialenosti v čase pomocou stelesnených experimentov. Študenti používajú senzor EMPE a softvér EMPE počas hodín. Senzor meria vzdialenosť k najbližšej prekážke a softvér zobrazuje graf tejto vzdialenosti v priebehu času v reálnom čase. Študenti sa zapájajú do stelesnených experimentov chôdzou so senzorom a analýzou grafickej interpretácie svojho pohybu. Majú možnosť vytvárať a pozorovať rôzne grafy s rôznymi tvarmi. Vykonávajú aj inverzné činnosti – pohybujú sa tak, aby odrážali pohyb zobrazený v poskytnutých grafoch, a interpretujú a analyzujú rôzne grafy pohybu. Táto téma vedie k zavedeniu grafov znázorňujúcich variabilné rýchlosti zmien (nelineárne) intuitívnym spôsobom.



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.



This material is provided by the [EMPE Team](https://www.empe.eu/), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Excluded are funding logos and CC icons / module

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Učebné pomôcky	- EMPE senzor so softvérom - stolný počítač alebo notebook s webovým prehliadačom - dizajnová obrazovka - projektor - pracovné listy pre študentov
-----------------------	--

Počas vyučovania učitel'ia a študenti používajú senzor EMPE so softvérom EMPE vyvinutým v rámci projektu EMPE. Návod na používanie senzora nájdete na webovej stránke projektu (<https://empe.uken.krakow.pl>).

TÉMA 4*: Premennivé tempo zmien

PRIEBEH LEKCIE

Pokračujeme v číslovaní aktivít z Cyklu I, časti 1 – 3.

Aktivita 10. Pohyb sa zrýchľuje - zrýchľujeme

10a) Dráma: Vytváranie hypotéz

Učiteľ prečíta scenár pohybu opísaný v pracovnom liste 5:

Najprv chvíľu stojím.

Potom kráčam k stene, začínam rýchlo a idem pomalšie a pomalšie a chvíľu stojím.

Potom kráčam od steny, opäť začínam rýchlo a idem pomalšie a pomalšie.

Nakoniec chvíľu stojím.

Vyššie opísaný pohyb potom vykoná vybraný študent alebo učiteľ.

Najlepšie je začať prechádzku od konca miestnosti, smerom k tabuli.

Po vykonaní ťahu (predvedení dramatickej hry) učiteľ rozdá študentom pracovné listy č. 5.



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.



The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Excluded are funding logos and CC icons / module

Meno trieda

PRACOVNÝ LIST 5

Aktivita 10. Nakreslite, ako bude vyzerat' graf mojej vzdialenosti od steny, berúc do úvahy všetky fázy môjho pohybu:

Najprv chvíľu stojím. Potom kráčam k stene, začínam rýchlo a idem pomalšie a pomalšie a chvíľu stojím. Potom kráčam od steny, opäť začínam rýchlo a idem pomalšie a pomalšie. Nakoniec chvíľu stojím.

Váš graf – prvý pokus:



Obrázok 1 Pracovný list 5, aktivita 10

Úlohou študentov je najprv načrtnúť tvar grafu znázorňujúceho zmeny vzdialenosti od steny počas tohto pohybu.

10b) Vykonalie experimentu so senzorom. Overenie hypotéz

Vykonáme experiment opísaný na začiatku hodiny, tentoraz s použitím senzora. Vybraný študent samostatne vykoná opísaný pohyb.

Komentár: Študentom by sa malo pripomenúť, aby držali senzor v rovnakej polohe.

Žiaci prekreslia správny graf.

Študenti samostatne odpovedajú na otázku pod grafom: *Čo si všimate?*



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.



The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

This material is provided by the [EMPE Team](https://www.empe.eu/), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Excluded are funding logos and CC icons / module

SKONTROLUJME to so senzorom. Prekreslite tvar grafu vygenerovaného senzorom:



Zhoduje sa váš prvý pokus s údajom senzora? ÁNO / NIE

Čo si urobil zle pri prvom pokuse? Prečo si to myslíš?

.....

.....

.....

Obrázok 2 Pracovný list 5, pokračovanie.



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.



The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

This material is provided by the [EMPE Team](https://empe-team.eu/), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) Excluded are funding logos and CC icons / module

10c) Analýza grafov

Prečítajte si, prosím, vyjadrenia študentov.

Komentár: Pri analýze grafov venujeme pozornosť nelinearite grafov a ich konvexnosti/konkávnosti.

Učiteľ potom kladie študentom otázky, ktoré im pomôžu analyzovať celý graf, pričom sa zameriava na časti súvisiace s pohybom, napríklad:

- Aké bolo tempo nášho pohybu?
- Prečo graf nie je úsečka pri pohybe na tabuľu a z tabule?
- Ako z grafu zistíme, kedy sme kráčali rýchlejšie a rýchlejšie? ("sklon" grafu sa zvyšuje – rovnaké vzdialenosti sú prekonané za kratšie a kratšie časy, graf je "zakrivený")

Aktivita 11. Doprava sa spomaľuje – spomaľujeme

Pracujeme podobne ako v aktivite 10, generujeme a overujeme hypotézy pomocou senzora a analyzujeme graf pohybu. Robíme to však efektívnejšie, využívame skúsenosti študentov získané v aktivite 10 a ich predstavivosť. V zdatnejších triedach môžeme dramatické predstavenie vynechať.

Učiteľ požiada študenta, aby nahlas prečítal pohyb opísaný v aktivite 11:

Najprv chvíľu stojím.

Potom kráčam k stene, začínam rýchlo a idem pomalšie a pomalšie a chvíľu stojím.

Potom kráčam od steny, opäť začínam rýchlo a idem pomalšie a pomalšie.

Nakoniec chvíľu stojím.

Učiteľ vedie diskusiu na túto tému. Napríklad kladie študentom otázky typu:

- V čom sa tento scenár pohybu líši od predchádzajúceho?
- V čom je to podobné?
- Ako sa zmení vzdialenosť prejdená od dosky počas pohybu?

Študenti potom samostatne vygenerujú hypotézy o tvare grafu tohto pohybu a podobne ako v aktivite 10 vykonajú rovnaký pohyb so senzorom, aby si overili svoje hypotézy. Študenti potom prekreslia správny graf a učiteľ s nimi prediskutuje ich pochybnosti.



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.

This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Excluded are funding logos and CC icons / module

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Aktivita 12. Pohyb pomalší a pomalší/rýchlejší a rychlejší

Aktivita 12a) K STENE

Učitel rozdá pracovní list 6 s aktivitou 12. Tato aktivita je pokračováním a zhrnutím analýzy grafů z oboch předcházejících aktivit. Vlastná práce studentů, kreslení grafů pro následující scénář

Dva lidé kráčají k stěně a začínají z rovné vzdálenosti.

Jeden z nich jde pomaleji a pomaleji, a druhý jde rychleji a rychleji.

V jednom souřadnicovém systému načrtněte, jak budou oba pohyby vypadat

1. Osoba kráčající k stěně pomaleji a pomaleji — název čáry: *sp (spomaňuje sa)*
2. Osoba kráčající k stěně rychleji a rychleji — název čáry: *zr (zrýchľuje sa).*



Napište vlastními slovy, ako z grafu zistíte, kedy sa pohyb smerom k stene spomaľoval a kedy zrýchľoval?

Vybraní študenti prečítali svoje výpovede.



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.



This material is provided by the [EMPE Team](https://empe.eu/), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Excluded are funding logos and CC icons / module

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Aktivita 12b) OD STENY

Vlastná práca študentov, kreslenie grafov pre nasledujúci scenár.

Dvaja ľudia kráčajú OD steny a začínajú z rovnakej vzdialenosti.

Jeden z nich ide pomalšie a pomalšie, a druhý ide rýchlejšie a rýchlejšie.

V jednom súradnicovom systéme načrtnite, ako budú oba pohyby vyzerat'

1. Osoba kráčajúca OD steny pomalšie a pomalšie — názov čiary: *sp (spomaľuje sa)*
2. Osoba kráčajúca OD steny rýchlejšie a rýchlejšie — názov čiary: *zr (zrýchľuje sa)*.



Napište vlastnými slovami, ako z grafu zistíte, kedy sa pohyb od steny spomaľoval a kedy zrýchľoval?

Vybraní študenti prečítali svoje výpovede.

Aktivita 13. Interpretácia a opis grafu

Študenti sú požiadaní, aby vypracovali obrátenú aktivitu, v ktorej slovami opíšu pohyb znázornený na grafe (Pracovný list 6).



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.



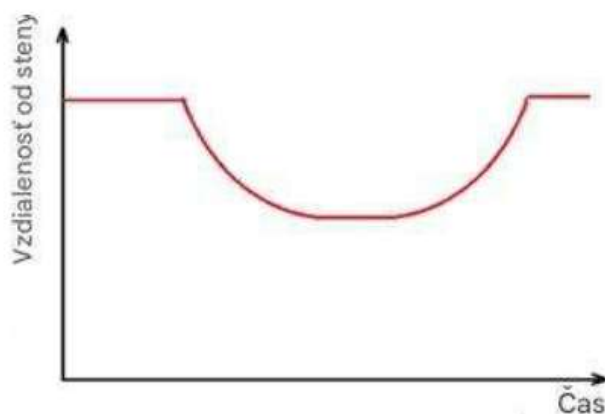
This material is provided by the [EMPE Team](https://www.empe.eu/), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Excluded are funding logos and CC icons / module

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

Študenti majú tento graf opísať slovami.

Aktivita 13. Graf znázorňuje určitý pohyb:



Opíšte vlastnými slovami, ako by tento pohyb mohol vyzeráť:

Obrázok 3 Pracovný list 6, aktivita 13

Potom vykonajú tento pohyb pomocou senzora.

Skontrolujte – urobte svoj pohyb pomocou senzora

Zodpovedá váš popis údajů zo snímača?

ÁNO

NIE

Čo si urobil zle pri svojom prvom pokuse?



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.



The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

This material is provided by the [EMPE Team](https://www.empe.eu/), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) Excluded are funding logos and CC icons / module

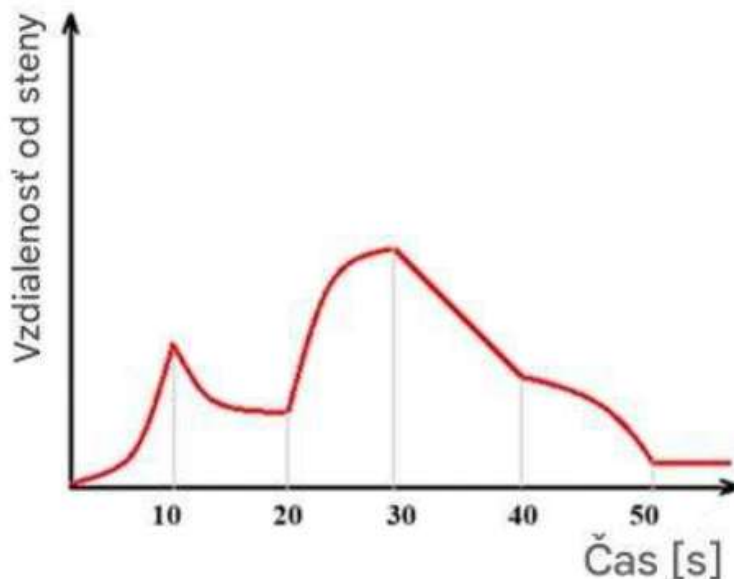
Zhrnutie aktivity 14 – Analýza grafu

Študenti doplnia tabuľku interpretujúcu graf pohybu:

PRACOVNÝ LIST 7

Aktivita 14.

Na základe grafu opisujúceho pohyb doplňte tabuľku (zadajte slovo alebo znak $\checkmark$).



	0-10 [s]	10-20 [s]	20-30 [s]	30-40 [s]	40-50 [s]	po 50 [s]
Pohyb K/OD steny						
Pomalšie a pomalšie						
Rýchlejšie a rýchlejšie						
Rovnakým tempom						
Nemení vzdialenosť						

Ako môžeš rozpoznať, kedy sa pohyb spomaľuje a kedy zrýchľuje?

.....

.....

Obrázok 4 Pracovný list 7



License [CC BY-NC-SA](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/) icons.



The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

This material is provided by the [EMPE Team](https://www.empe.eu/), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/). Excluded are funding logos and CC icons / module

A potom odpovedzte na otázku pod tabuľkou:

Ako zistíte, kedy sa pohyb spomaľuje a kedy zrýchľuje?

Odpovede na túto otázku a ich diskusia v triede uzatvárajú cyklus vyučovacích hodín.

PO TESTOVANÍ

Na konci hodiny je dobré ponúknuť študentom POST TEST na posúdenie ich získaných vedomostí. Úlohy sa prekrývajú s PRETESTOM.



License [CC BY-NC-SA](#) icons.

This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.



Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module

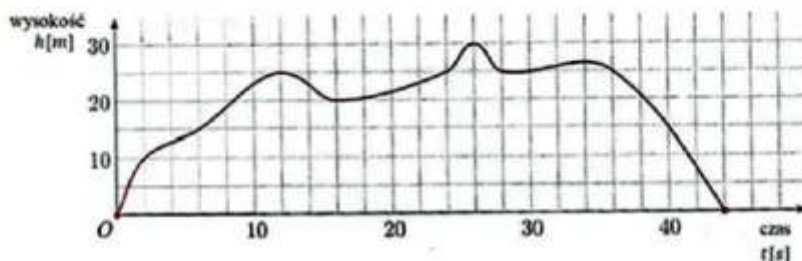
The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.

POST TEST

Meno.....Trieda.....

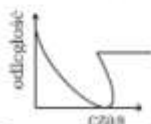
Úloha 1 Graf znázorňuje zmenu výšky letiaceho dronu nad zemou počas jeho letu. Odpovedzte na nasledujúce otázky.

Vysvetlivky: výška = výška, odleglosť = vzdialenosť, čas = čas

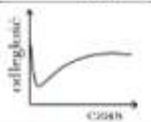


- a) Ako dlho trval let?
- b) Akú maximálnu výšku dosiahol dron?
- (c) Zobrazuje diagram dráhu (stopu) pohybu dronu? ☐ ÁNO ☐ NIE, pretože.....
- (d) Môžete z údajov na obrázku vypočítať rýchlosť, akou sa pohyboval tento dron? ☐ ÁNO ☐ NIE, pretože.....

Úloha 2 Ktorý z obrázkov môže znázorňovať vzdialenosť lopty od bránky v určitom čase počas hry.



☐ ÁNO ☐ NIE, pretože:



☐ ÁNO ☐ NIE, pretože:



☐ ÁNO ☐ NIE, pretože:



☐ ÁNO ☐ NIE, pretože:



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow. Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons License [CC BY-NC-SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



License [CC BY-NC-SA](#) icons.

The European Commission's support for the production of this publication does not constitute an endorsement of the contents, which reflect the views only of the authors, and the Commission cannot be held responsible for any use which may be made of the information contained therein.



This material is provided by the [EMPE Team](#), responsible institution: University of the National Education Commission in Krakow.

Unless otherwise noted, this work and its contents are licensed under This work is licensed under a Creative Commons [SA 4.0](#). Excluded are funding logos and CC icons / module icons.